

**A kvantummechanika alapegyenletei
és
egyres filozófiai vonatkozásai**

Tartalom

Bevezetés	2
Fogalmak és jelölések	3
A fény kvantumoz természetere	8
A Bohr féle atommodell	10
A részecskék hullámtermészete	11
A komplementaritás elve	12
A Schrödinger egyenlet	14
Relativisztikus hullámegyenletek	16
Felcserélési törvény és határozatlanság	19
Az alagút effektus	21
Mátrixmechanika	23
Kvantummező elmélet	24
Vákuumfluktuáció	25
Nem lokális kapcsolatok	27
A kvantumfizika és az emberi tudat	30
Összefoglalás – egyenletek nélkül	36
Irodalom	39

© Dr. Héjjas István, Budapest, 2006

Bevezetés

Ez a tanulmány a kvantummechanika legfontosabb összefüggéseit, valamint ezek egyes filozófiai vonatkozásait ismerteti azok számára, akik némileg járatosak a felsőbb matematikában, és nem idegenek a számukra az olyan fogalmak, mint valós és komplex függvények, differenciál és integrálszámítás, közönséges és parciális differenciál-egyenletek, vektorok, mátrixok és matematikai operátorok.

Természetesen nem szükséges, hogy az olvasó ezen kérdésekben olyan mértékig otthon legyen, hogy ilyen feladatokat meg tudjon oldani, csupán az szükséges, hogy követni tudja azt a következtetési gondolatmenetet, ahogyan a legfontosabb fizikai összefüggéseket a korábbi ismeretekből és/vagy új megfigyelésekből le lehetett származtatni.

E gondolatmenetek jobb megértése érdekében az alábbiakban tisztázzuk a legfontosabb matematikai fogalmakat és az ezzel kapcsolatos jelöléseket.

Hangsúlyozni kell azonban, hogy a különféle szakmai publikációk szerzői gyakran egymástól jelentősen eltérő szimbólumokat használnak. Ezért – a félreértések elkerülése érdekében – a tanulmányban minden matematikai fogalomra egységes jelöléseket használunk.

E jelölések megválasztásánál elsősorban a mérnöki gyakorlatban alkalmazott jelöléseket vesszük alapul, amiért is a szerző előre is elnézést kér a fizikusoktól és matematikusoktól.

Az alábbiakban tehát először bemutatjuk a tanulmányban szereplő legfontosabb fogalmakat és ezek jelölését.

Fogalmak és jelölések

A tanulmányban szereplő skalár változók jele dőlt latin vagy görög kisbetű.

A skalár változó lehet valós, képzetes, vagy komplex.

A képzetes skalár változó egy valós változó és a képzetes egység szorzataként definiálható.

A képzetes egység jele: j (ahol $j^2 = -1$)

A komplex skalár változó valós és képzetes összetevőből áll.

Példa a jelölésre:

$$a = b + jc$$

Egy komplex változó konjugáltját e tanulmányban felső csillag indexszel jelöljük, és úgy képezzük, hogy megváltoztatjuk a képzetes komponens előjelét. Például a fentebbi a komplex változó konjugáltja:

$$a^* = b - jc$$

Két komplex szám, vagy változó pl. a_1 és a_2 skalár szorzatának definíciója: $a_1^* a_2$

A komplex szám vagy változó abszolút értéke az önmagával képzett skalár szorzatának négyzetgyöke, azaz:

$$|a| = \sqrt{a \cdot a^*} = \sqrt{b^2 + c^2}$$

A skalár függvény olyan függvény, amelyben egy skaláris változó függ egy vagy több további skalár változótól. Ha például egy z változó függ az x , y , és t változóktól, akkor ezt így jelölhetjük:

$$z = f(x, y, t)$$

de jelölhetjük így is:

$$z = z(x, y, t)$$

Két függvény, pl. $\psi(x)$ és $\varphi(x)$ skalár szorzatának definíciója:

$$(\psi, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \varphi \cdot dx$$

A fizikában kitüntetett szerepet játszik két tipikus függvény, amelyeket hagyományosan írott nagy betűkkel jelölnek, ezek:

Az un. Hamilton függvény, amely mechanikai rendszer esetén a rendszer kinetikus és potenciális energiájának összege, azaz:

$$\mathcal{H} = w_k + w_p$$

villamos rendszer esetén pedig a rendszer mágneses és elektromos energiájának összege, azaz:

$$\mathcal{H} = w_m + w_e$$

Az un. Lagrange függvény a fenti energiák különbsége, azaz:

$$\mathcal{L} = w_k - w_p$$

illetve:

$$\mathcal{L} = w_m - w_e$$

A Hamilton féle variációs elv szerint egy t_1 időpontban magára hagyott fizikai rendszer úgy tér át egy t_2 időpontbeli másik állapotba, hogy teljesüljön az alábbi integrálszélsőérték:

$$\int_{t_1}^{t_2} L dt = \text{minimum}$$

Klasszikus, n számú tömegpontból álló mechanikai rendszer esetén a Hamilton függvény így is felírható:

$$\mathcal{H} = \sum p_i x_i - \mathcal{L}$$

ahol p_i az i -edik tömegpont impulzusa, x_i pedig a koordinátája.

A Lagrange függvény ebből:

$$\mathcal{L} = \mathcal{H} + \sum p_i x_i$$

A vektorok jele általában dőlt latin vagy görög kisbetű, egyszeres felülhúzással, kivéve az elektrodinamikában szereplő néhány háromkomponensű vektort, amelyeket hagyományosan nagybetűvel jelölnek.

Definíció: a vektor két vagy több komponensből álló matematikai objektum, amelynek komponenseit alsó indexszel jelöljük.

Például egy n komponensű vektor elemei: $\vec{a} = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$

Vagy ugyanez oszlopos elrendezésben:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

Azonos számú komponensekből (számokból, változókból, vagy függvényekből) álló vektorok skalár szorzata az azonos sorszámú elemek skalár szorzatainak összege.

Egy vektor abszolút értéke az önmagával képzett skalár szorzat négyzetgyöke.

A skalár számokból, változókból, vagy függvényekből álló mátrixok jele általában dőlt latin vagy görög kis betű, kétszeres felülhúzással.

Definíció: a mátrix két vagy több sorban és oszlopban táblázatosan elrendezett komponensből álló matematikai objektum, amelynek egyes komponenseit két alsó indexszel azonosítjuk.

Megjegyzés: a tanulmányban kizárólag négyzetes mátrixok fordulnak elő, amelyekben a sorok és oszlopok száma mindig azonos.

Például egy $n \times n$ elemű négyzetes mátrix elemeinek kifejtése:

$$\vec{m} = \begin{bmatrix} m_{11}, m_{12}, \dots, m_{1n} \\ m_{21}, m_{22}, \dots, m_{2n} \\ \dots \\ m_{n1}, m_{n2}, \dots, m_{nn} \end{bmatrix}$$

A mátrix j -edik sorában lévő k -edik elem jele: m_{jk}

Négyzetes $n \times n$ elemű mátrix és n elemű vektor szorzata n elemű vektort eredményez.

Példa a jelölésre:

$$\overline{m} \cdot \overline{a} = \overline{b}$$

Ugyanez tényezők szerint kifejtve:

$$\begin{bmatrix} m_{11}, m_{12}, \dots, m_{1n} \\ m_{21}, m_{22}, \dots, m_{2n} \\ \dots \\ m_{n1}, m_{n2}, \dots, m_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}$$

ahol a \overline{b} vektor k -edik komponensét úgy számítjuk ki, hogy skalárisan összeszorozzuk a mátrix k -edik sorát (mint vektort) a \overline{b} vektorral.

Valamilyen \overline{m} mátrixhoz tartozó saját vektor az az \overline{s} vektor, amellyel ha a mátrixot megszorozzuk, visszakapjuk az eredeti vektor k -szorosát, ahol k skaláris szám, amelynek megnevezése: saját érték. Vagyis ezekre igaz, hogy:

$$\overline{m} \cdot \overline{s} = k \cdot \overline{s}$$

Kimutatható, hogy egy $n \times n$ elemszámú négyzetes mátrixhoz n darab sajátvektor tartozik ($\overline{s}_1, \overline{s}_2, \dots, \overline{s}_n$) és ezek un. ortogonális rendszert alkotnak, vagyis bármelyik két eltérő indexű saját vektor skaláris szorzata zérus.

Két $n \times n$ elemű négyzetes mátrix szorzata $n \times n$ elemű mátrixot eredményez.

Példa a jelölésre:

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{c}$$

ahol a \overline{c} mátrix k -edik sorának j -edik komponensét úgy számítjuk ki, hogy skalárisan összeszorozzuk az \overline{a} mátrix k -edik sorát a \overline{b} mátrix j -edik oszlopával.

Az egységmátrix olyan mátrix, amelynek a főátlójában minden elem értéke 1 , a többi elem pedig 0 . Jelölése:

$$\overline{I} = \begin{bmatrix} 1, 0, 0, \dots, 0, 0 \\ 0, 1, 0, \dots, 0, 0 \\ 0, 0, 1, \dots, 0, 0 \\ \dots \\ 0, 0, 0, \dots, 0, 1 \end{bmatrix}$$

A reciproka mátrix olyan mátrix, amelyet az eredeti mátrixszal összeszorozva az egységmátrixot kapjuk.

Szimbolikus jelölése egy -1 értékű hatványkitevő az eredeti mátrixon, ezzel:

$$\overline{m}^{-1} \cdot \overline{m} = \overline{m} \cdot \overline{m}^{-1} = \overline{I}$$

Önadjungált, más néven hermitikus mátrix olyan mátrix, amelynek elemeit a főátlóra tükrözve az illető elem konjugáltját kapjuk, azaz:

$$m_{jk} = m_{kj}^*$$

Az ilyen mátrix főátlója kizárólag valós elemeket tartalmazhat, mivel csak ezekre érvényes, hogy:

$$m_{kk} = m_{kk}^*$$

Az operátorok jele általában dőlt latin nagybetű, operátorokból álló vektor vagy mátrix esetén egyszeres illetve kétszeres felülhúzással.

Definíció: az operátor nem más, mint egy olyan matematikai művelet szimbolikus jelölése, amelyet függvényeken lehet végrehajtani.

Az operátor jelét úgy használjuk, hogy formálisan megszorozzuk vele azt a függvényt, amelyen az operátor által képviselt műveletet végre kell hajtani.

Ha pl. a D operátor idő szerinti parciális differenciálást jelöl és van egy $z = z(x, y, t)$ függvényünk, amelyben t jelenti az időt, akkor a differenciálást operátorosan jelölve:

$$Dz = \partial z / \partial t$$

és ezért maga az operátor így írható:

$$D = \partial / \partial t$$

Van három különleges funkciójú operátor, amelyekre a mindenütt egységesen elfogadott hagyományos jelölést használjuk, ezek a következők:

– a vektoros alakú un. nabla operátor:

$$\nabla = \{ \partial / \partial x, \partial / \partial y, \partial / \partial z \}$$

– a Laplace operátor:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

– és a d'Alambert operátor:

$$\square = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial (ct)^2}$$

ahol x, y és z térbeli koordináták, t az idő jele, c pedig a vákuumbeli fénysebesség.

Valamely P operátorhoz tartozó saját függvény az a φ függvény, amelyen ha a P operátor által reprezentált műveletet végrehajtjuk, visszakapjuk az eredeti függvény k -szorosát, ahol k skaláris szám, amelynek megnevezése itt is: saját érték. Vagyis ezekre igaz, hogy:

$$P\varphi = k\varphi$$

Ha van egy P és egy Q operátorunk, és mind a kettőt alkalmazzuk egy függvényen, akkor az így értelmezhető:

$$PQ\varphi = P(Q\varphi)$$

Fontos megjegyezni, hogy ha a P és Q operátorokat fordított sorrendben alkalmazzuk, akkor nem biztos, hogy ugyanazt a függvényt kapjuk eredményül.

A kvantumfizikai mennyiség operátorairól kimutatható, hogy hozzájuk végtelen számú sajátfüggvény tartozik ($\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ stb.) és ezek un. ortogonális rendszert alkotnak, vagyis bármelyik kettő skalár szorzata zérus.

Az ortogonális függvényrendszert ortonormálttá tehetjük úgy, hogy mindegyik saját függvényt erre alkalmas együtthatóval megszorozva azokat normáljuk, oly módon, hogy a skaláris szorzataikra teljesüljön az alábbi kritérium:

$$(\varphi_j, \varphi_k) = 0 \quad \text{ha} \quad j \neq k$$

és:

$$(\varphi_j, \varphi_k) = 1 \quad \text{ha} \quad j = k$$

A felsorolt matematikai objektumok kombinálhatók.

Így pl. egy függvény változói lehetnek vektorok, vagy pl. egy vektor vagy mátrix elemei lehetnek operátorok.

Ilyen esetben értelemszerűen a fenti jelölések kombinációja szerepel.

Például egy vektor-vektor függvény jelölése:

$$\bar{v} = f(\bar{a}, \bar{b})$$

Vagy például egy operátorokból álló mátrix jelölése: $\overline{\overline{M}}$ és a j -edik sorban lévő k -edik elem jele: M_{jk}

A fény kvantumozása

A fizikusok több mint 200 év óta tudják, hogy a fény hullámtermészetű, sőt Maxwell arra is rámutatott, hogy elektromágneses hullámokból áll.

A fény hullámtermészetének kísérleti igazolását az interferencia kísérletek jelentik, amelyeknél sötét és világos csíkokat lehet tapasztalni. Ezt az okozza, hogy a fénynyalábok az egymáshoz képesti relatív fázishelyzetüktől függően egyes helyeken erősítik, míg máshol kioltják egymást, miáltal a fény plusz fény egyenlő sötétég jelenség is felléphet.

Ha megvizsgáljuk egy ún. „fekete test” (minden fényt 100 %-ban elnyelő felületű test) egységnyi felületén a hőmérsékleti kisugárzás intenzitásának spektrális eloszlását, és ennek függését a hőmérséklettől, azt találjuk, hogy erre a klasszikus hullámoptika, termodinamika és elektrodinamika együttesen sem képes kielégítő magyarázatot adni.

A magyarázat 1900-ban született meg, amikor Max Planck felismerte a fény kvantumozását és ennek alapján felírta a híres sugárzási törvényét.

A Planck törvény egy lehetséges formája megadja a T hőmérsékletű test egységnyi felületéről az $f_1 < f < f_2$ frekvencia tartományban egységnyi idő alatt kisugárzott energia mennyiségét, azaz:

$$w(f_1, f_2, T) = \frac{8 \cdot \pi \cdot h}{c^3} \cdot \int_{f_1}^{f_2} \frac{f^3}{e^{h \cdot f / k \cdot T} - 1} \cdot df \quad (1)$$

ahol:

f = a frekvencia

w = az f_1 - f_2 frekvencia tartományban egységnyi felületről egységnyi idő alatt kisugárzott energia

T = az abszolút hőmérséklet

c = a fénysebesség

h = a Planck állandó

k = a Boltzmann állandó

Ezt az egyenletet Planck az ún. üreg modellből vezette le.

Ez utóbbi a fekete testet egy tökéletesen tükröző belső felületű üregeben lévő piciny nyílással modellezi. Ha ide fény jut be, a belső többszörös visszaverődések miatt az üregeben álló hullámok alakulnak ki, és ezek oszcillátorként rezegnek.

Ugyanakkor kialakul a hőmérsékleti egyensúly is, ami azt jelenti, hogy amennyi sugárzási energia az üregebe bejut, ugyanannyi a nyíláson át el is távozik.

Az üregeben rezgő piciny oszcillátorok viselkedése bizonyos értelemben az ideális gáz részecskéihez hasonlítható. Ez azt jelenti, hogy az üregeben uralkodó hőmérsékletet az oszcillátorok átlagos energiája határozza meg. A különféle energiájú oszcillátorok darabszáma, vagyis statisztikus gyakorisága az átlag közelében nagy, attól távolodva pedig csökken.

A rendszer termodinamikai egyensúlya tehát azt jelenti, hogy az üreg belsejében az energia sűrűség állandósul, a hőmérséklet stabilizálódik, és a különféle frekvenciájú

oszcillátorok között kialakul egy olyan egyensúlyi statisztikai eloszlás, amelynek kiszámítása a statisztikus mechanika egyenletei alapján lehetséges.

Planck ennek alapján azt feltételezte, hogy az egységnyi térfogatú üregben az f frekvencia körül df sáv szélességben rezgő oszcillátorok darabszáma:

$$dZ = (8\pi^2/c^3)df \quad (2)$$

továbbá, hogy egy-egy oszcillátor energiája egy alap energia-adag egész számú többszöröse, azaz:

$$w_n = nw_0 \quad (3)$$

Planck – egy nem túl hosszadalmas matematikai levezetés alapján – azt is felismerte, hogy akkor kaphatja meg a gyakorlati mérési eredményekkel megegyező (1) szerinti összefüggést, ha még azt is feltételezi, hogy az f frekvenciájú oszcillátorhoz tartozó alap energia értéke:

$$w_0 = hf \quad (4)$$

A fenti egyenletekben szereplő h konstans megnevezése azóta Planck-állandó, más néven Planck féle hatáskvantum.

A fény tehát a (4) szerinti energiájú hullám-csomagocskák, un. fotonok formájában terjed, és a továbbított energia mindig szigorúan a foton energiájának egész számú többszöröse.

Planck felfedezése új korszakot nyitott a fizika történetében. Kiderült, hogy léteznek olyan fizikai mennyiségek, amelyek megváltozása csak apró diszkrét lépésekben, un. kvantumokban lehetséges. Sőt, ma már tudjuk, hogy minden fizikai mennyiség csak kvantum ugrásokban változhat.

Bár magát a kvantum kifejezést csak öt évvel később Einstein kezdte használni, de azért mégis csak az 1900-as évet kell a kvantumfizika kezdetének – és ezzel egy új tudományos korszak kezdetének – tekinteni.

A Bohr féle atommodell

A napfény, valamint egyéb világító testek spektrumának tanulmányozása során az derült ki, hogy a fő színképvonalak frekvenciája a következő képlettel számítható:

$$f = R(1/n_1^2 - 1/n_2^2) \quad (5)$$

ahol n_1 és n_2 pozitív egész számok és R az un. Rydberg állandó.

1911-ben lord Rutherford feltételezte, hogy az atomokban elektronok keringenek atommag körül és fény kisugárzás esetén ezek pályája és ezzel az energiájuk megváltozik, és az így kiadódó energia különbözetet sugározzák ki.

1913-ban Bohr a fény vonalas spektrumát úgy magyarázta, hogy az atomban csak olyan elektron pályák lehetségesek, amelyeken az elektron impulzus momentuma egy meghatározott alapérték egész számú többszöröse. Egy-egy fénykvantum (foton) kisugárzása vagy elnyelése pedig úgy történik, hogy az elektron átugrik egy kisebb vagy nagyobb másik megengedett pályára és a két pálya közötti energia különbséget kisugározza illetve elnyeli.

Az impulzusmomentum alapértéke:

$$M_1 = h/2\pi \quad (6)$$

ahol: h = a Planck állandó

Ezzel az n -edik pályán keringő elektron impulzusmomentuma:

$$M_n = nM_1 = nh/2\pi \quad (7)$$

A klasszikus mechanika szerint minden ilyen elektron pályán egyensúlyban van a centrifugális erő és az elektrosztatikus vonzóerő, azaz:

$$mv^2/r = e^2/4\pi\epsilon_0 r^2 \quad (8)$$

ahol:

m = az elektron tömege

v = az elektron pálya-menti sebessége

r = az elektronpálya sugara

e = az elektron és proton villamos töltésének abszolút értéke

ϵ_0 = a vákuum dielektromos állandója

A fenti egyenletekből kiszámítható, hogy az n -edik pálya sugara:

$$r_n = n^2 h^2 \epsilon_0 / \pi m e^2 \quad (9)$$

Az n -edik pályán keringő elektron pályamenti sebessége:

$$v_n = \sqrt{e^2 / 4\pi\epsilon_0 m r_n} \quad (10)$$

Az n -edik pályán keringő elektron energiája pedig a w_k mozgási és a w_p potenciális energia összege:

$$w_n = w_k + w_p = \mu v_n^2 / 2 + (-e^2 / 4\pi\epsilon_0 r_n) = -e^2 / 8\pi\epsilon_0 r_n \quad (11)$$

Ezzel, valamint a (4) szerinti Planck féle $w = hf$ összefüggéssel, továbbá az $n \leftrightarrow m$ rendszámú elektronpályák közötti átugrások alapján magyarázatot nyert a sugárzó testek spektrumának durva szerkezete.

A részecskék hullámtermészete

1801-ben Thomas Young kimutatta a fénysugarak interferenciáját és ezzel bebizonyította a fény hullám-természetét.

Louis de Broglie pedig azt feltételezte, hogy ha a hullámtermészetű fénynek lehet részecske természete is (ahogyan azt Einstein 1905-ben kimutatta), akkor lehetne a részecskéknek is hullámtermészetük.

1924-ben azután de Broglie a doktori disszertációjában megállapította, hogy egy w energiájú és p impulzusú részecskéhez interferenciaképes hullám rendelhető hozzá, oly módon, hogy a részecske energiája e hullám frekvenciájával egyenesen, impulzusa pedig a hullám hullámhosszával fordítottan arányos és az arányossági tényező mindkét esetben a már említett Planck féle állandó.

1927-ben az elektronsugarak interferenciáját kísérletileg is kimutatta Davisson és Germer.

De Broglie szerint egy m tömegű részecskéhez hozzárendelhető anyaghullám paramétereit közötti fontosabb összefüggések a következők:

$$\text{hullámhossz:} \quad \lambda = h/p \quad (12)$$

$$\text{frekvencia:} \quad f = w/h \quad (13)$$

$$\text{periódusidő:} \quad \tau = 1/f = h/w \quad (14)$$

$$\text{hullámszám:} \quad \kappa = 1/\lambda = p/h \quad (15)$$

$$\text{energia:} \quad w = f \cdot h \quad (16)$$

$$\text{impulzus:} \quad p = \kappa \cdot h \quad (17)$$

$$\text{fázissebesség:} \quad v_f = \lambda \cdot f = w/p \quad (18)$$

$$\text{csoportsebesség:} \quad v_{cs} = p/m \quad (19)$$

ahol:

h = a Planck állandó

De Broglie elmélete szerint a Bohr féle atommodellben a megengedett elektron-pályák kerülete az elektronhoz tartozó hullámhossz egész számú többszöröse (mert egyébként az elektronhoz tartozó hullám önmagával negatív interferenciába kerülve kioltaná önmagát), vagyis:

$$2\pi r_n = n\lambda = nh/p \quad (20)$$

és ebből az impulzusmomentum a (7) képlettel megegyező módon:

$$M_l = pr_n = nh/2\pi \quad (21)$$

De Broglie elmélete magyarázatot ad Heisenberg határozatlansági tételére is (ld. később), amely szerint egy részecske helyzetének és impulzusának egyidejű mérésekor a két mérési bizonytalanság szorzata állandó.

Ha ugyanis a hullámcsomag hossza nagy, akkor nagy az a térbeli tartomány, amelyen belül az elektron tartózkodhat, és emiatt nagy a helyzetmérés bizonytalansága.

Egy hosszú hullámcsomagnak ugyanakkor kicsi a sávszélessége, vagyis kicsi a hozzá tartozó hullámhossz és hullámszám bizonytalansága, s ezzel az impulzus bizonytalansága is. Kis kiterjedésű hullámcsomag esetén a helyzet fordított, mivel a hullámcsomag sávszélessége fordítottan arányos a hullámcsomag kiterjedésével.

A komplementaritás elve

Niels Bohr a komplementaritás kifejezést több vonatkozásban használja.

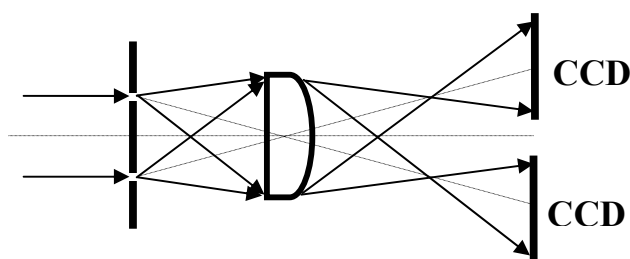
Így pl. az, hogy az elektron részecske is és hullám is, a hagyományos gondolkodás szerint kizárja egymást, hiszen amikor olyan mérést végzünk, amelyben az elektronokat megszámláljuk, akkor a részecske természetével dolgozunk, amikor pedig interferencia kísérletet végzünk, akkor a hullám természetét vizsgáljuk.

Bohr szerint azonban ezek nem kizáró, hanem egymást kiegészítő szerepei ugyanannak az objektumnak, ezért a fizikai jelenségek vizsgálatánál bármikor áttérhetünk az egyik fajta leírásról a másikra és viszont, ahogyan az éppen praktikusabb.

Bohr szerint komplementer viszony áll fenn egy részecske helyzete és impulzusa között is, amennyiben a már említett határozatlansági elv értelmében az egyik pontos ismerete kizárja a másik pontos ismeretét, hiszen ez szoros összefüggésben áll az anyagi objektumok kettős természetével.

Itt érdemes megemlíteni, hogy azóta elvégeztek olyan kísérleteket is, amelyekben, legalábbis fényszészék esetén, a részecskék mindkét természete egyszerre kimutatható. Ilyen kísérletet ismertetett 2004-ben Marcus Chown.

A kísérleti elrendezést az alábbi rajzvázlat szemlélteti:



A kísérlet során párhuzamos lézer fény-nyalábot bocsátottak egy lemezre, amelyen két lyuk volt, és egy lencsével a lyukakból kiáradó fényt az ábra szerinti két CCD érzékelőre vetítették.

A kísérlet során azt találták, hogy ha a lemezen mindkét lyuk nyitva van, akkor a lencse belépő felületén világosan látszanak a hullám természetre jellemző interferencia csíkok, miközben mind a két CCD kameránál az energia eloszlás a részecske természetre jellemző módon normális (Gauss) jellegű.

Sőt, ha a lencse előtt a sötét interferencia vonalakat maszkkal eltakarjuk, akkor is mindkét CCD kameránál az energia eloszlás továbbra is változatlanul Gauss jellegű marad.

Egyes fizikusok ezt a kísérletet a komplementaritási elv cáfolataként értelmezik, míg mások szerint, noha a kísérlet valóban egyszerre mutatta a fotonok kettős természetét (bár geometriailag eltérő helyen), ez még nem jelentheti a komplementaritási elv érvénytelenségét, hiszen az számos gyakorlati mérési elrendezésben érvényesül.

A komplementaritási elvhez szorosan kapcsolódik a Niels Bohr által javasolt un. koppenhágai interpretáció, amelynek támogatói között volt Werner Heisenberg és Max

Born, miközben több más Nobel díjas fizikus, többek között Albert Einstein, Max Planck, Louis de Broglie és Erwin Schrödinger azt kifejezetten ellenezte.

A kvantummechanika koppenhágai értelmezése szerint, bár a részecskék statisztikus viselkedése kiszámítható, egy konkrét részecske állapotát csak valószínűségekkel lehet leírni.

A hullámfüggvény fizikai értelme ugyanis az, hogy ha e függvény abszolút értékét négyzetre emeljük, és az így kapott négyzetes függvényt úgy normáljuk, hogy annak az egész térre vonatkoztatott improprius integrálja egységnyi legyen, akkor ezzel egy valószínűség – sűrűség függvényt kapunk, amely megadja, hogy a tér egy adott pontjának differenciálisan kicsiny környezetében a részecske mekkora valószínűséggel található meg.

Bohr szerint ez azt jelenti, hogy amíg a részecskét valamilyen mérőeszköz segítségével meg nem figyeljük, az elvileg bárhol lehet, ahol a hullámfüggvény értéke nem zérus és csak a mérés/megfigyelés pillanatában dől el, hogy a részecske hol található.

Más szóval: a mérés soha nem lehet teljesen objektív, mert annak eredménye mindig egyfelől a mérőeszköz (vagy megfigyelő) másfelől a mérendő objektum kölcsönhatása eredményeként jön létre és maga a mérés/megfigyelés nem pusztán egy állapotot regisztrál, hanem egyúttal bele is avatkozik a megfigyelt objektum állapotába.

A Schrödinger egyenlet

A Bohr féle atommodell megmagyarázta a különféle atomok kisugárzási és elnyelési spektrumának durvaszerkezetét. Ha azonban a spektrumot finomabb felbontóképességű műszerrel vizsgáljuk, kiderül, hogy a durva vonalakat több kisebb vonalból álló csoportok alkotják. Ennek magyarázatát az Erwin Schrödinger által 1925-ben publikált hullámegyenlet szolgáltatja.

Schrödinger szerint az atomban kötött minden elektronhoz – és általában minden részecskéhez – hozzá lehet rendelni egy komplex hullámfüggvényt, amelynek önmaga konjugáltjával való szorzata megadja a részecske kölcsönhatási hajlandóságát és/vagy az ott tartózkodás valószínűségét (Max Born, Niels Bohr és Werner Heisenberg szerint) és/vagy a részecske térbeli tömeg eloszlását (Max Planck, Erwin Schrödinger és Louis de Broglie szerint).

A hullámfüggvény a már említett hullámegyenlet megoldásaként adódik, ha alkalmazzuk a konkrét körülményeknek megfelelő peremfeltételeket.

A hullámegyenlet legegyszerűbb változata az időtől függő egydimenziós Schrödinger egyenlet:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + u(x) \cdot \psi = j\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (22)$$

ahol: ψ = a helytől és időtől függő hullámfüggvény

m = a részecske tömege

$u(x)$ = a részecske helytől függő potenciális energiája

$\hbar = h/2\pi$ ahol:

h = a Planck féle állandó

A háromdimenziós Schrödinger egyenlet:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + u(\vec{r}) \cdot \psi = j\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (23)$$

ahol Δ a tanulmány elején már említett un. Laplace operátor.

Az időfüggő háromdimenziós egyenlet így is felírható:

$$H\psi = j\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (24)$$

ahol H az un. Hamilton operátor:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + u(\vec{r}) \quad (25)$$

Az idő függő egyenletből a változók szétválasztásával adódik az idő független egyenlet:

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \cdot \Delta \varphi + u(x, y, z) \cdot \varphi = w \cdot \varphi \quad (26)$$

ahol: φ = a helytől függő hullámfüggvény

w = a részecske teljes energiája

Ez utóbbi a potenciális és mozgási energia összegeként írható fel, azaz:

$$w = mv^2/2 + u(\vec{r}) = p^2/2m + u(x, y, z) \quad (27)$$

Ahol: v = a részecske sebessége
 p = a részecske impulzusa.

Az idő független hullámegyenletet a hidrogén atomra felírva, és figyelembe véve a proton körüli elektrosztatikus teret és az elektron ettől függő potenciális energiáját, a megoldásból kiadódik a H atom elektronhéj szerkezete, amely – mint ismeretes – az alábbi kvantumszámokkal jellemezhető:

$n = 1, 2, 3, \dots$ stb. = fő kvantumszám, amely belülről kifelé haladva megadja az elektronhéj sorszámát, jelölése: K, L, M, N, O, P, Q

$l = 0, 1, 2, \dots (n-1)$ = mellék kvantumszám, az alhéj sorszáma, amely jellemzi a pálya ellipszis alakú torzulását, jelölése: s, p, d, f

$m = -l, \dots 0, \dots +l$ = mágneses kvantumszám, amely jellemzi az alhéj térbeli helyzetét, mágneses irányérzékenységét

$s = +\hbar/2$ vagy $-\hbar/2$ = spin kvantumszám, ahol a spin olyan vektormennyiség, amely megfeleltethető a klasszikus mechanika szerinti saját perdület fogalmának, iránya pedig eshet a részecske haladásának irányába vagy lehet azzal ellentétes, amit a spin-kvantumszám előjele fejez ki.

Itt kell megemlíteni a Wolfgang Pauli által bevezetett ún. kizárási elvet, amely megtiltja, hogy az atomban két elektron valamennyi kvantumszáma azonos legyen.

Ez ad magyarázatot arra, hogy a sok elektronos atomokban miért nem gerjed le az összes elektron a legalacsonyabb energia szintre.

Relativisztikus hullámegyenletek

Az 1920-as 30-as években szakmai vita alakult ki a fizikusok között a relativitás-elmélet és a kvantum-mechanika kapcsolatáról. A vita nem csupán szakmai jellegű volt, és – mint látni fogjuk – tudományfilozófia kérdéseket is érintett.

A két féle fizikai elmélet között ugyanis logikai ellentmondásokat lehet felfedezni és emiatt nehéz a két elméletet összeegyeztetni.

Kiderült azonban, hogy logikai ellentmondás elsősorban az általános relativitás-elmélet és a Schrödinger féle un. hullám-mechanika között áll fenn, a speciális relativitás-elmélet ugyanakkor a kvantummechanikával elvileg összeegyeztethető, habár jelentős matematikai nehézségek árán.

Az egyik ilyen un. relativisztikus hullámegyenlet a Klein-Gordon egyenlet, amely azonban csak zérus spinű részecskékre érvényes.

Ennek legegyszerűbb változata a zérus potenciáalterű Minkowsky négyes térben mozgó m_0 nyugalmi tömegű szabad részecskére a következő:

$$\square\psi = (m_0c/\hbar)\cdot\psi \quad (28)$$

ahol a \square jel a tanulmány elején már definiált d'Alambert operátort jelenti, amely voltaképpen a Δ Laplace operátor négydimenziós analógiája.

Az atom szerkezetében szerepet játszó elektronok, protonok és neutronok azonban feles spinű részecskék, ezért ezekre találni kellett egy másik megfelelő egyenletet.

Ilyen a Dirac által 1928-ban publikált relativisztikus elektron-egyenlet.

Ebben energia operátorként Dirac a következő kifejezést használta:

$$H = \bar{A} \cdot \bar{p} \cdot c + B \cdot m_0 \cdot c^2 \quad (29)$$

ahol:

\bar{A} = három komponensű térbeli operátor = $\{A_x, A_y, A_z\}$

B = skalár operátor

\bar{p} = impulzus vektor = $\{p_x, p_y, p_z\}$

c = fénysebesség

m_0 = az elektron nyugalmi tömege

Az \bar{A} és B operátorokat Dirac szerint úgy kell megválasztani, hogy teljesüljenek a következő kritériumok:

$$A_x^2 = A_y^2 = A_z^2 = B^2 = I \quad (30)$$

és

$$PQ + QP = 0 \quad (31)$$

ahol P és Q helyére a (30) képlet bármely két operátor komponense bármilyen kombinációban beírható.

Fontos megjegyezni, hogy a fenti kritériumok egyszerű alakja megtévesztő lehet. A (30) és (31) összefüggésekben ugyanis operátorok szerepelnek.

A $B^2 = I$ összefüggés ezért pl. azt jelenti, hogy ha egy függvényen végrehajtjuk a B operátor által reprezentált műveletet, akkor kapunk egy új függvényt. Ha pedig ez

utóbbin végrehajtjuk még egyszer ugyanezt a műveletet, akkor visszkapjuk az eredeti függvényt.

A (31) kritérium jelentése pedig az, hogy ha a P és Q operátorok által reprezentált műveleteket egy függvényen fordított sorrendben hajtjuk végre, akkor az eredmény két azonos alakú, de ellentétes előjelű új függvény lesz.

A fentiek alapján a Dirac féle elektron-egyenlet alakja:

$$\left(\overline{A} \cdot \nabla + j \cdot \beta \cdot m_0\right) \cdot \psi + \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \quad (32)$$

ahol ∇ a nabla operátor jele, amelyet a bevezető részben már definiáltunk.

A (32) egyenletből kiszámíthatók a szabad elektron megengedett energia szintjei. Ezekre a következő összefüggés adódik:

$$w = \pm \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} \quad (33)$$

ahol p az elektron impulzusa, vagyis a \overline{p} impulzus vektor abszolút értéke.

Ebből azonban az következik, hogy létezhet negatív energiájú részecske is.

Ez meglehetősen paradox következtetésnek tűnt, hiszen tudjuk, hogy az elektron nem szeret gerjesztett állapotban lenni, és ezért egy-egy foton spontán kibocsátásával igyekszik minél alacsonyabb energia szintre legerjesztődni.

Ha tehát valóban léteznek negatív energiaszintek, akkor a világban létező összes elektronnak már régen el kellett volna sülyednie a negatív energia állapotok feneketlen mélységében.

Dirac szerint ez azért nem következett be, mert a negatív energia szintek telítettek, márpedig a Pauli féle kizárási elv tiltja, hogy két elektron azonos kvantum-állapotban legyen. Ez azonban azt jelenti, hogy az üres tér minden egyes pontjában végtelen sok negatív energia állapotú elektron van és ezeket azért nem észleljük, mert nem lehet velük kölcsönhatásba lépni.

Ha azonban sikerülne egy nagy energiájú fotonnal eltalálni egy ilyen eltemetett elektront és átlökni a pozitív energia szintű reális világba, akkor az már megfigyelhető lenne.

Dirac szerint ilyen esetben a kilökött elektron helyén „lyuk” maradna és ez maga is úgy viselkedne, mint egy igazi részecske. Ezen „antirészecske” töltése pozitív lenne, hiszen a lyukból negatív töltés „hiányzik”. Tömege is pozitív lenne, hiszen a lyukból negatív energiaszintű és ezért Einstein $E=mc^2$ képlete szerint negatív tömegű részecske távozott el.

Dirac elméleti modellje kezdetben csupán szellemes spekulációnak tűnt, mígnem 1932-ben kísérletileg sikerült kimutatni az „anti-elektron”, vagyis a pozitron létezését.

Ezután 1955-ben felfedezték az antiprotont, 1956-ban az antineutront, majd számos egyéb antirészecskét, és kiderült, hogy minden részecskéhez tartozik antirészecske.

Ha pedig ez így van, akkor az antirészecskékből antiatomok, antimolekulák, antianyag tárgyak épülhetnek fel és elvileg létezhetnek az univerzumban antianyag galaxisok, amelyekben antianyag csillagok körül antianyag bolygók keringenek.

Egy ilyen antianyag világból szemlélve a dolgokat, úgy tűnhet, hogy az antianyag az igazi anyag és a mi világunk csupán lyukak rendszere a negatív energiaszintek óceánjában.

Felcserélési törvény és határozatlanság

Heisenberg felismerte, hogy a csak diszkrét értékeket felvevő – vagyis kvantum ugrásokban változó – kvantumfizikai mennyiségeket olyan operátorokkal vagy $\infty \times \infty$ elemű mátrixokkal érdemes kifejezni, amelyek saját értékei éppen megadják az illető fizikai mennyiség megengedett értékkészletét.

Ha pedig ismerjük a hely (x) és az impulzus (p) paraméterekhez tartozó mátrixokat és/vagy operátorokat, akkor ezekből le lehet származtatni a többi mátrixot és/vagy operátort.

A továbbiakban

a hely operátor jelölése: X

az impulzus operátor jelölése: P

a hely mátrix jelölése: \overline{X}

az impulzus mátrix jelölése: \overline{P}

A fentiekre érvényes a Heisenberg féle felcserélési törvény:

$$PX - XP = -\hbar/j \quad (34)$$

illetve:

$$\overline{P} \cdot \overline{X} - \overline{X} \cdot \overline{P} = -\left(\hbar/j\right) \cdot \overline{I} \quad (35)$$

ahol: \overline{I} a $\infty \times \infty$ elemű négyzetes egységvektor.

Definíció szerint P és X un. fel nem cserélhető operátorok, \overline{P} és \overline{X} pedig un. fel nem cserélhető mátrixok, ami azt jelenti, hogy ezeket az operátorokat illetve mátrixokat fordított sorrendben alkalmazva bármely függvényen illetve vektoron, eltérő eredmény adódik.

Schrödinger szerint, operátorok alkalmazása esetén ezek célszerű megválasztása a következő.

az x helyhez tartozó operátor:

$$X = x \quad (36)$$

a p impulzushoz tartozó operátor:

$$P = j\hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad (37)$$

Kimutatható, hogy ezzel bármely lehetséges hullámfüggvényre teljesül a felcserélési törvény.

Ez azt jelenti, hogy a hely (x) és impulzus (p) un. komplementer mennyiségek.

Általában, ha a és b komplementer paraméterek, akkor az ezekhez tartozó A és B operátorokra is mindig érvényes a felcserélési törvény, azaz:

$$AB - BA = -\hbar/j \quad (38)$$

vagyis bármely ψ hullámfüggvényre igaz, hogy:

$$AB\psi - BA\psi = -\psi\hbar/j \quad (39)$$

Ebből levezethető, hogy a és b egyidejű pontos mérése nem lehetséges, és a várható átlagos mérési hibák szorzatára mindig igaz, hogy:

$$\Delta a \Delta b \geq \hbar/2 \quad (40)$$

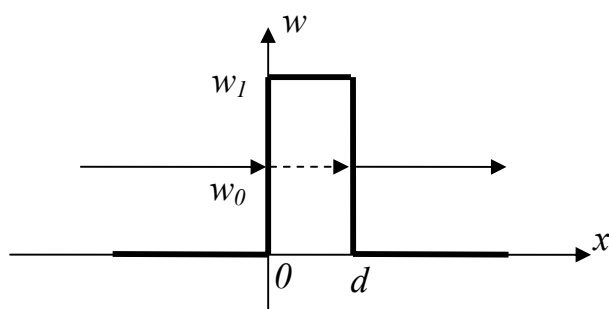
Ez utóbbi a nevezetes Heisenberg féle határozatlansági reláció.

Kimutatható, hogy a Schrödinger féle (26) szerinti idő-független hullámegyenlet levezethető a Heisenberg féle felcserélési törvényből a fenti operátorok alkalmazásával, oly módon, hogy a (34) egyenlet mindkét oldalát megszorozzuk a hullámfüggvénnyel.

Az alagút effektus

Az un. alagút effektus azt jelenti, hogy egy részecske bizonyos valószínűséggel képes áthatolni egy olyan potenciálgáton, azaz „falon”, amelyhez pedig nincs elegendő energiája.

A jelenséget az alábbi diagrammal lehet szemléltetni:



Az ábra magyarázata a következő:

Az x helykoordináta függvényében a potenciáltérben a w potenciálszint a diagram szerint változik, oly módon, hogy az $x < 0$ és $x > d$ tartományokban zérus, míg a $0 - d$ tartományban w_1 értékű. Az $x < 0$ irányból érkezik egy w_0 energiájú részecske, amelynek az energiája kisebb, mint a potenciálfal magassága, azaz: $w_0 < w_1$.

A részecske a klasszikus fizika szabályai szerint felütközne és visszaverődne a d szélességű és w_1 magasságú potenciálfal belépő oldalán, a kvantumfizika szabályai szerint azonban bizonyos valószínűséggel képes azon áthatolni és ezért a szaggatottal jelölt nyíl irányában a fal túlsó oldalán tovább folytathatja az útját.

Az áthatolás valószínűsége természetesen függ az energia, illetve potenciálszintektől és a fal szélességétől is.

Maga az „áthatolás” úgy zajlik le, hogy a részecske mintegy „eltűnik” a fal innenső oldalán és „megjelenik” a túlsó oldalon.

A jelenség magyarázata – első közelítésben – a határozatlansági tételben rejlik. Eszerint az energia és az idő komplementer mennyiségek, ezért a bizonytalanságuk szorzata állandó. Igen rövid időn belül emiatt a részecske energia szint ingadozása olyan nagy lehet, hogy azzal átlépheti a potenciálfal magasságát, feltéve, hogy az átjutás időszükséglete kisebb, mint az említett „igen rövid idő”.

Ha a részecske nem tud átjutni, hanem a falról visszaverődik, akkor is fellép egy un. átlagos behatolási mélység, és a részecske elvileg innen tér vissza a fal belépő oldalára.

A jelenség alaposabb kvantummechanikai elemzése ahhoz a következtetéshez vezet, hogy a részecske bizonyos valószínűséggel akkor is visszaverődik, ha a saját w_0 energiája nagyobb, mint a potenciálfal w_1 magassága, és bizonyos valószínűséggel akkor is áthatol, ha az energiája annál kisebb.

A visszaverődés valószínűsége és a behatolási mélység várható értéke a Schrödinger egyenletből számítható ki.

Ennek megfelelően, elvileg végtelen szélességű ($d = \infty$) fal esetén, ha $w_0 < w_1$, akkor a visszaverődés valószínűsége 100%, tehát biztos, a várható behatolási mélység pedig:

$$b = \frac{\hbar}{\sqrt{8 \cdot m \cdot (w_1 - w_0)}} \quad (41)$$

ahol: m = a részecske tömege.

Ennek alapján kézenfekvő lehet, hogy ha b nagyobb, mint a fal d szélessége, akkor az áthatolás várhatóan bekövetkezik.

A dolog azonban nem ennyire egyszerű. Elvileg végtelen szélességű ($d \neq \infty$) fal esetén ugyanis akkor is létrejöhet visszaverődés (reflexió), ha a részecske energiája meghaladja a potenciálfal magasságát, ennek valószínűsége:

$$r = \left(\frac{p - q}{p + q} \right)^2 \quad (42)$$

ahol: $p = \sqrt{2 \cdot m \cdot w_0}$ és
 $q = \sqrt{2 \cdot m \cdot (w_1 - w_0)}$

Véges szélességű potenciálfal esetén pedig a potenciálfal magasságánál kisebb energiájú ($w_0 < w_1$) részecske esetén is létrejöhet áthatolás (transzmisszió), ennek valószínűsége:

$$t = \left[1 + \frac{\left(sh \frac{d}{2b} \right)^2 \cdot w_1}{4 \cdot w_0 \cdot (w_1 - w_0)} \right]^{-1} > 0 \quad (43)$$

ahol: d = a potenciálfal szélessége
 w_0 = a részecske energiája
 w_1 = a potenciálfal magassága
 b = a várható behatolási mélység (41) szerint
 sh = a sinus hiperbolikus függvény jelölése

Mátrixmechanika

Mint említettük, Heisenberg szerint ki lehet fejezni a diszkrét értékek szerint ugrásszerűen változó kvantumfizikai mennyiségeket olyan $\infty * \infty$ elemű mátrixokkal, amelyek saját értékei megadják az illető fizikai mennyiség értékészletét.

Heisenberg azt is felismerte, hogy az ilyen mátrixok hermitikusak, vagyis önadjungáltak, ami azt jelenti, hogy az elemeket a főátlóra tükrözve, azok komplex konjugáltjait kapjuk, azaz:

$$m_{kn} = m_{nk}^* \quad (44)$$

ahol m_{kn} a mátrix k -edik sorában lévő n -edik elem.

Ha ismerjük a hely (x) és az impulzus (p) paraméterekhez tartozó mátrixokat, akkor ezekből le lehet származtatni a többi kvantumfizikai paraméterhez tartozó mátrixokat.

A továbbiakban a hely-mátrix jelölése: \bar{X} , az impulzus-mátrix jelölése: \bar{P}

Ezekre a (35) egyenlet szerint érvényes Heisenberg felcserélési tétele, azaz:

$$\bar{P} \cdot \bar{X} - \bar{X} \cdot \bar{P} = -\left(\frac{\hbar}{j}\right) \cdot \bar{I} \quad (45)$$

ahol: $\bar{I} =$ a $\infty * \infty$ elemű négyzetes egységvektor, amelynek a főátlójában minden egyes elem értéke = 1, a többi pedig = 0, azaz:

$$i_{kn} = I \quad \text{ha} \quad k = n$$

$$\text{és} \quad i_{kn} = 0 \quad \text{ha} \quad k \neq n$$

Heisenberg feltételezte, hogy a hely és impulzus mátrix elemeit úgy célszerű megválasztani, hogy teljesüljenek az alábbi összefüggések:

$$x_{kn} = a_{kn} \cdot e^{2 \cdot \pi \cdot j \cdot t \cdot f(k,n)} \quad (46)$$

$$\text{és} \quad p_{kn} = b_{kn} \cdot e^{2 \cdot \pi \cdot j \cdot t \cdot f(k,n)} \quad (47)$$

ahol j a képzetes egység, t az idő, a_{kn} és b_{kn} konstansok, $f(k, n)$ pedig a $k \rightarrow n$ kvantumszámokkal jellemzett állapotok közötti átmenetek valószínűségét meghatározó un. kvantumelméleti frekvencia.

A fenti mátrixokban szereplő tényezőket Heisenberg a bevezetőben említett Hamilton függvényhez tartozó Hamilton mátrixból határozta meg, amely utóbbi így írható fel:

$$\bar{H} = \frac{1}{2m} \cdot \bar{P}^2 + 2 \cdot m \cdot \left(\frac{\pi \cdot w_0}{h}\right)^2 \cdot \bar{X}^2 \quad (48)$$

ahol: $m =$ a részecske tömege

$w_0 =$ a részecske un. zérus ponti energiája, amelyből az n -edik kvantumállapothoz tartozó energia így számítható: $w_n = w_0 \cdot (n + 1/2)$

A Hamilton mátrix elemei a következő alakúak:

$$h_{kn} = (w_k - w_n) \cdot e^{2 \cdot \pi \cdot j \cdot (w_k - w_n) / h} \quad (49)$$

Heisenberg hosszadalmas levezetését itt nem részletezzük, csak azt említjük meg, hogy a (45) egyenletet, valamint a fenti kritériumokat is kielégítő mátrixok saját értékei megadják a vonatkozó paraméterek megengedett értékeit.

Kvantummező elmélet

A kvantummező (más megnevezéssel kvantumtér) ötlete már 1927-ben felmerült, az első igazi kvantum-mező elméletet azonban, nevezetesen a kvantum-elektrodinamikát csak az 1940-es évek folyamán dolgozták ki Richard P. Feynman és munkatársai.

Ennek alapgondolata az volt, hogy ha a fotonok elektromágneses hullámcsomagok, akkor – Planck eredeti üregmodelljének analógiájára – elvileg lehetséges lehet, hogy az ide-oda röpködő rengeteg ilyen hullámcsomag elektromos és mágneses erőtere úgy adódjon össze, hogy abból elektrosztatikus erőter alakuljon ki.

Ezen elmélet szerint tehát két elektromos töltésű részecske közötti vonzást vagy taszítást úgy (is) lehet értelmezni, hogy a részecskék kölcsönösen fotonokat lövöldöznek egymásra és ez idézi elő közöttük az erőhatást.

Elektronok esetében azonban a fotonok kibocsátásához akkora energia kellene, amekkorával az elektron nem rendelkezik.

A probléma megoldását itt is Heisenberg határozatlansági tétele kínálja, ugyanis az energia és az idő komplementer mennyiségek, és ezért nagyon rövid időtartamhoz jelentős mértékű energiaszint ingadozás tartozik. Ha tehát az energiaszint pozitív kilengésekor az elektron kilök egy olyan fotont, amelyet a megengedett rövid időn belül vissza is kap, akkor ez az effektus működhet.

Ez az elmélet voltaképpen azt jelenti, hogy az elektromágneses erőter is kvantált, és kvantumjai a fotonok.

A kvantum-mező elméletet később fokozatosan kiterjesztették más típusú erőterekre is, főleg az atommagon belüli struktúra kutatása érdekében. Eszerint pl. az atommagot alkotó nukleonokat összetartó erős kölcsönhatást is részecskék, ún. mezonok közvetítik.

Vákuumfluktuáció

A Maxwell féle klasszikus elektrodinamikából tudjuk, hogy légüres térben érvényesek a következő egyenletek:

$$\bar{D} = \varepsilon \cdot \bar{E} \quad (50)$$

ahol:

\bar{D} = eltolási áramsűrűség vektor

\bar{E} = villamos térerősség vektor

ε = a vákuum dielektromos állandója

továbbá:

$$\bar{B} = \mu \cdot \bar{H} \quad (51)$$

ahol:

\bar{B} = mágneses indukció (fluxus-sűrűség) vektor

\bar{H} = mágneses térerősség vektor

μ = a vákuum mágneses permeabilitása

továbbá:

$$\text{rot} \bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \quad (52)$$

és:

$$\text{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad (53)$$

ahol:

t = az idő

Ha teljesül az is, hogy a villamos tér forrásmentes, azaz:

$$\text{div} \bar{E} = 0 \quad (54)$$

akkor az elektromágneses tér leírható egy un. vektorpotenciál bevezetésével is a következő formában:

$$\bar{E} = -\mu \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} - \text{grad}(u) \quad (55)$$

$$\bar{B} = \mu \cdot \text{rot} \bar{A} \quad (56)$$

ahol:

\bar{A} = vektorpotenciál

u = a statikus villamos tér potenciálfüggvénye

Kimutatható, hogy az \bar{E} és \bar{A} vektorokhoz tartozó operátorok és mátrixok fel nem cserélhető operátorok és mátrixok.

Ezek a vektorok ezért komplementer paraméterek és érvényes rájuk a (40) határozatlansági tétel, vagyis a bizonytalanságaik szorzata nem lehet zérus.

Ez azt is jelenti, hogy vákuumban az $|\bar{E}| = 0$ és $|\bar{B}| = 0$ állapot egyidejűleg nem állhat fenn, mert e két paraméter zérus érték körüli ingadozásainak szorzata nem lehet zérus.

Más szóval: az \vec{E} és \vec{B} vektorok abszolút értékei a vákuumban folyamatosan ingadoznak a zérus érték körül. Ez az ún. vákuum-fluktuáció.

Az elektromágneses „nullatér” tehát folyton ingadozik, oszcillál.

Mivel a kvantummező elmélet szerint a nem zérus elektromágneses tér kvantált, és fotonokból áll, ezért az „üres” térben szüntelenül virtuális fotonok bukkannak fel a „semmiből”, majd újra eltűnnek.

Sőt, mivel a Dirac-egyenlet szerint a megfelelő energiájú fotonok olykor elektron-pozitron párképződést is előidéznek, ezért ezen részecskék időleges felmerülése és rekombinálódás útján való megsemmisülése is fellép.

A vákuum, vagyis az üres tér emiatt zsúfolásig tele van fotonokkal és részecskékkel. Ez a Dirac féle ún. vákuum-tenger.

Nem lokális kapcsolatok

A nem lokális kapcsolatok elvi lehetősége az ún. EPR paradoxonból adódik. Az EPR megjelölés Einstein, Podolsky és Rosen neveinek kezdőbetűiből származik. A három szerző 1935-ben publikálta azt a cikket, amelyben felvetik az azonnali távoli kölcsönhatások ötletét.

A szerzők azonban nem azt állították, hogy ilyen kölcsönhatás létezik. Éppen ellenkezőleg. Azt a következtetést vonták le, hogy a kvantummechanika valószínűségi értelmezése hiányos és/vagy nem tökéletes, hiszen abból olyan effektus létezése következik, amely nyilvánvaló képtelenség, és ellenkezik a józan ésszel.

Az ún. EPR jelenségben egy kvantum objektum részekre szakad, majd a részek eltávolodnak egymástól, a viselkedésük azonban továbbra is összehangolt marad, annak ellenére, hogy közöttük már nem áll fenn semmiféle fizikai kapcsolat.

Einstein várakozásával ellentétben azonban a nem lokális kapcsolatok lehetősége az utóbbi időben mégiscsak beigazolódni látszik, mivel publikáltak több olyan kísérleti eredményt, amelyek arra utalnak, hogy az egyszer kapcsolatba került kvantum-objektumok között létezik ilyen kapcsolat, és a nem lokális kölcsönhatás kialakulása valóban azonnali, de a sebessége legalábbis nagyságrendekkel meghaladja a fénysebességet.

EPR jelenség mutatkozhat pl. elektron és pozitron annihilációja esetén, amelyben két gamma foton keletkezik, és ezek ellentétes irányban azonos nagyságú impulzussal repülnek szét. Nagyszámú megfigyelés esetén 50% valószínűséggel észlelünk jobbra vagy balra polarizált foton párokat. A mérések szerint azonban az egyszerre keletkező két foton cirkuláris polarizációja mindig azonos, vagyis a saját repülési irányukhoz viszonyítva mind a kettő vagy jobbra, vagy balra polarizált.

A két foton összefüggő rendszert alkot mindaddig, amíg külső hatás szét nem választja őket. Az egyik fotonon végzett mérés nem független a másiktól, és ha az egyik foton polarizációját megmérjük, tudjuk a másikat is.

Hasonló tapasztalat mutatkozott kölcsönhatásba került és azután egymástól eltávolodó elektronok között is, amelyeknél a két elektron spinje mindig egymással ellentétes volt.

Einstein gondolatmenetének lényege a következő:

Tegyük fel, hogy egy egy szabadságfokú részecske impulzusához tartozó hullámfüggvény a következő alakú:

$$\psi(x) = e^{(2\pi i/h)px} \quad (57)$$

A vitatott valószínűségi interpretáció szerint a hullámfüggvény önmaga konjugáltjával való szorzatának a – b tartományra értelmezett integrálja megadja annak a valószínűségét, hogy a részecske megtalálható az $a < x < b$ tartományban, azaz:

$$P(a,b) = \int_a^b \psi^* \psi dx = \int_a^b e^{-(2\pi i/h)px} e^{(2\pi i/h)px} dx = \int_a^b dx = b - a \quad (58)$$

Ebből az következik, hogy ez a valószínűség nem függ x -től, hanem csak a és b különbségtől.

Más szóval: ha ismerjük a részecske impulzusát, akkor az x koordinátának már nincs fizikai realitása, vagyis a részecske a világegyetemben elvileg akárhol lehet. Sőt, úgy is mondhatjuk, hogy a részecske egyidejűleg mindenhol van, és sehol sincs.

Ez azonban csupán az egyik paradoxon, amit a cikkben a szerzők szóvá tesznek.

A másik pedig az a bizonyos nevezetes EPR paradoxon, amely a nem lokális kölcsönhatásokra vonatkozik és amely azóta is sok vitát váltott ki.

Ennek a gondolatmenete a következő:

Tételezzünk fel két rendszert, és ezek legyenek egymással kölcsönhatásban (kapcsolatban) a $t=0$ és $t=\tau$ időpontok között, és tegyük fel azt is, hogy a $t=0$ időpont előtt mindkét rendszer állapotát ismerjük.

Ez esetben a hullámegyenlet segítségével ki tudjuk számítani a kombinált rendszer állapotát bármely $t>\tau$ időpontra, de a szétválás után nem tudjuk megmondani az egyik vagy másik rendszer állapotát külön-külön. Ez utóbbi ugyanis csak egy olyan további méréssel lehetséges, amely a hullámcsomag redukálását jelenti.

Legyenek az első rendszer valamely a operátorához tartozó sajátértékek: k_1, k_2, k_3, \dots stb. és a vonatkozó ortonormált sajátfüggvények: $\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_1), \varphi_3(x_1), \dots$, stb., ahol x_1 jelöli azt a paramétert, amely ezen rendszer állapotát jellemzi.

Hasonlóan jellemezze a második rendszer állapotát az x_2 paraméter.

A szétválás után mindkét rendszer un. szuperponált állapotban van, vagyis a hullámfüggvényük a megszámlálhatóan végtelen sok sajátfüggvény lineáris szuperpozíciója.

Einstein kimutatta, hogy a kezdeti feltételek miatt az első rendszer x_1 paraméteréhez tartozó szuperponált hullámfüggvény mindkét rendszer paramétereitől függ:

$$\Psi_1(x_1, x_2) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x_2) \cdot \varphi_n(x_1) \quad (59)$$

ahol a $\psi_n(x_2)$ együtthatók az $u_n(x_1)$ ortogonális sajátfüggvények expanziójának mértékét adják meg.

Tegyük fel, hogy az a operátorhoz tartozó paramétert az első rendszerben megmérjük, és azt találjuk hogy ez: a_k . Ebből következik, hogy a mérést követően az első rendszer állapotát a $\varphi_k(x_1)$ hullámfüggvény jellemzi, és a többi sajátfüggvény lenullázódik, a második rendszer pedig emiatt szükségszerűen a $\psi_k(x_2)$ függvény által definiált állapotban van.

A mérés tehát redukálta a hullámfüggvényeket, vagyis az (59) szerinti végtelen sorozat összege egyetlen tagra redukálódott, és ez: $\psi_k(x_2) \varphi_k(x_1)$, ami meghatározza mindkét rendszer állapotát.

Ha viszont a második rendszeren végezzünk ugyanabban az időpontban mérést, az is beállítja mindkét rendszer állapotát. Ebből az következne, hogy bármelyik rendszer állapotához, vagyis ugyanahhoz a valósághoz egyszerre két eltérő hullámfüggvényt lehet hozzárendelni, ami logikai ellentmondás.

Ha pedig csak az egyik rendszeren végzünk mérést, akkor az a következtetés adódik, hogy ilyenkor a másik részecske állapota is megváltozik. Márpedig Einstein szerint ez képtelenség.

Bohr sokáig töprengett Einstein felvetésén, és végül arra a meggyőződésre jutott, hogy a cikkben felvetett jelenség valóban létezik, mivel a nemlokalitás a kvantumobjektumok természetes tulajdonsága.

A kvantumfizika és az emberi tudat

A koppenhágai modell általánosabb megfogalmazása, valamint az EPR jelenség is felveti a kérdést, vajon van-e, létezhet-e nem lokális kölcsönhatás az emberi tudat és a materiális világ objektumai között.

A kérdés nem új, már az 1920-as, 30-as években több különféle változatban felvetődött. A mikrorészecskék világában ugyanis – kvantumfizikai szinten – egészen más játékszabályok érvényesülnek, mint a mindennapi megszokott világunkban. Itt olyan jelenségek is felléphetnek, amelyekhez képest az Alice Csodaországban története nem is tűnik annyira képtelenségnek.

Niels Bohr egyenesen úgy fogalmaz, hogy aki nem érez sokkhatást a kvantumfizika megismerésekor, az nem értette meg, hogy tulajdonképpen miről is van szó. És mindjárt azt is hozzá teszi, hogy a kvantummechanika értelmezésénél nem hagyhatjuk figyelmen kívül az emberi tudat tulajdonságait.

Max Born is azon a véleményen van, hogy kvantummechanika meggondolások alapján, ha egy **A** objektum hatást gyakorol egy **B** objektumra, akkor a **B** objektum is szükségszerűen hatást gyakorol az **A** objektumra, és ez igaz lehet anyag és tudat kapcsolatára is

Tovább bonyolítja a kérdést C. G. Jung elmélete a kollektív tudattalanról és a szinkronicitásról, amely utóbbi voltaképpen nem más, mint kölcsönhatás és/vagy valószínűségi kapcsolat (korreláció) az anyagi világ, az emberi tudat, valamint a személyes és kollektív tudattalan között.

Ezzel azonban olyan területre érkezünk, amely az un. parapszichológia területére tartozik, márpedig az ilyen jelenségek vizsgálatát nem szokás az egzakt tudományok közé sorolni.

Ennek ellenére C. G. Jung és Wolfgang Pauli közösen könyvet írtak erről a kérdéstről és ebben Pauli megállapítja, hogy a szinkronicitás jelensége nem ellenkezik a kvantumfizika törvényeivel.

A magas hőmérsékletű szupravezetéssel kapcsolatban elért eredményiért 1973-ban fizikai Nobel díjjal kitüntetett Brian David Josephson professzor ennél is tovább megy és arra a következtetésre jut, hogy az élő szervezetek valószínűleg képesek hasznosítani a telepátia és a pszichokinézis képességeit is, mivel az ilyen képességek nem ellenkeznek a kvantumfizika lehetőségeivel és jelentős evolúciós előnnyel járnak.

Josephson szerint, bár a nem lokális kölcsönhatások a statisztikai átlagolás során általában kiegyenlítődnek, azonban léteznek a speciális humán képességekre vonatkozó olyan kísérletek, amelyek szerint ez a statisztikai kiegyenlítődés nem mindig következik be. EPR típusú szituációban ugyanis speciális körülmények esetén a részecskékhez tartozó hullámfüggvények között fázis különbség léphet fel, és ez megtöri a szimmetriát és a statisztikus kiegyenlítődést. Az un. komplementer valóságérzékelés ugyanis elvileg lehetővé teszi, hogy az élő szervezetek hatékonyan kihasználják a térben elkülönült objektumok közötti közvetlen kölcsönhatásokat, amelyek létezését J. S. Bell is már a dolgozatában kimutatta.

Hasonló kölcsönhatási mechanizmus feltételezhető bizonyos parapszichológiai jelenségek (telepátia, pszichokinézis) esetén is, amelyekre vonatkozóan Radin és Nelson végeztek kísérleteket. Ilyen témájú publikációkat közöl R. G. Jahn és H. Schmidt is.

A valóság két megközelítése (tudományos és élet központú) ellentétes irányba vezet. A valóság tudományos leírása az egzakt formalizmust helyezi előtérbe, míg az élet központú megközelítés a mélyebb megértést preferálja és az élet célját keresi. Ez utóbbi szempontjából a kvantumfizikában megszokott statisztikai átlagolás szerepe az, hogy az értelméből értelmetlent csinál. Egy szöveg pl. elveszíti az értelmét, ha azt a benne előforduló betűk átlagos előfordulási gyakoriságával jellemezzük.

Ha az élet szempontjából közelítjük meg a problémákat, választ kell találnunk olyan kérdésekre, mint a tévedésekből való tanulás képessége, a játék stratégiák és a pszi képességek kérdése, és ezekre nem remélhetünk választ pusztán a mikrorészecskék viselkedésének statisztikai tanulmányozásával.

David Bohm szerint a nem lokális kapcsolatok nagyon érzékenyek perturbációkra és zavarokra, ezért csak egészen extrém körülmények esetén erősödhetnek fel tapasztalható mértékűre. Ilyen extrém körülmény lehet pl. a szuper alacsony hőmérséklet.

Josephson szerint viszont az élő szervezetben is nagyon extrém körülmények vannak, és ez ugyancsak felerősítheti a statisztikai átlagolódás felbillenését.

Ennél is tovább megy publikációjában több neves kvantumfizikus, így pl. E. H. Walker, R. A. Wilson és H. E. Stapp, akik szerint a kvantumjelenségek statisztikus viselkedését (az ún. kvantumkáoszt) befolyásolhatja az öntudat és/vagy az emberi elme és ez magyarázatot adhat egyes parapszichológiai jelenségekre

Az anyag és tudat közötti lehetséges kölcsönhatások másik megközelítése az anyagi részecskék kettős természetével kapcsolatos.

Az elektron pl. pontszerű részecskeként jelenik meg, amikor repülési pályájának végén valahová becsapódik, „utazás” közben azonban hullámként viselkedik. Emiatt a pontszerű elektronok képesek interferencia jelenségeket létrehozni.

Mint láttuk, ennek magyarázata az, hogy a részecskével együtt utazik egy ún. anyaghullám, amely megmutatja, hogy egy adott helyen és időpillanatban a részecske mekkora valószínűséggel képes kölcsönhatásba lépni.

A hullám leírására szolgáló hullámfüggvény a hullámegyenlet megoldásaként számítható ki. Van azonban egy probléma. A hullámegyenlet megoldása komplex függvényt szolgáltat, amely valós (reális) és képzetes (imagináris) összetevőkből áll.

A komplex számoknak a reális fizikai világban nincs értelmük, mivel bármilyen fizikai mennyiség számszerű értéke kizárólag valós számokkal fejezhető ki. Ugyancsak valós számnak kell lenni egy esemény valószínűségének, amely értelemszerűen csak 0 és 1 között lehet.

A „hullámfüggvény” komplex jellege több mint zavarba ejtő. Valós valószínűségeket ugyanis a hullámfüggvényből úgy kapunk, hogy képezzük a hullámfüggvény komplex konjugáltját és ezzel megszorozzuk az eredeti hullámfüggvényt.

Felmerül azonban egy különös körülmény azzal kapcsolatban, ahogyan a komplex konjugáltat előállítjuk. A hullámegyenletből ugyanis a komplex konjugáltat úgy lehet kiszámítani, hogy az idő előjelét megfordítjuk.

Hogy pontosabban miről van szó, azt az alábbiakban részletezzük.

Induljunk ki a Schrödinger féle hullámegyenlet legegyszerűbb (22) szerinti egy dimenziós, idő függő változatából:

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + u \cdot \psi = j \cdot \hbar \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (60)$$

ahol m = a részecske tömege

$$\hbar = h/2\pi$$

h = a Planck féle állandó

$\psi = \psi(x,t)$ = a hullámfüggvény amplitúdója az x helyen és t időpontban

$u = u(x)$ = a részecske potenciális energiája az x helyen

Ezt az egyenletet felírhatjuk így is:

$$a(x,t) = j \cdot b(x,t) \quad (61)$$

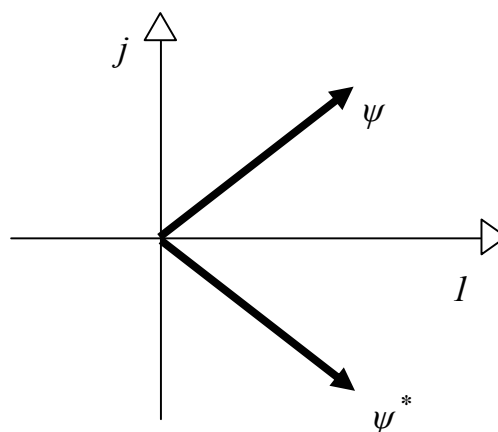
ahol:

$$a = \frac{-\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + u \cdot \psi \quad (62)$$

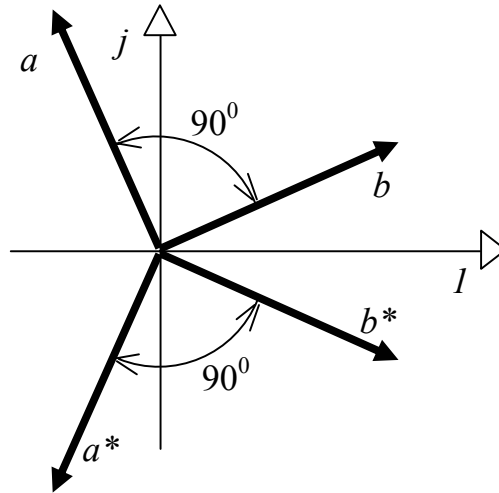
és:

$$b = \hbar \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (63)$$

Az alábbi ábra szemlélteti a ψ hullámfüggvény valamely x koordinátához tartozó t időpontbeli pillanatértékét a komplex számsíkon, valamint ennek ψ^* komplex konjugáltját.



A (61) egyenlet szerinti a és b komplex kifejezések és ezek konjugáltjainak pillanat értékeit pedig ez az ábra mutatja:



A (61) egyenlet szerint az a és b komplex kifejezések abszolút értéke mindig azonos, fázishelyzetük azonban 90 fokkal eltér oly módon, hogy az a kifejezés fázishelyzete a nagyobb. Ezen komplex kifejezések a^* és b^* konjugáltjait úgy kapjuk, hogy az a és b komplex vektorokat a fenti ábrán a valós tengelyre tükrözzük. Emiatt a^* és b^* között a fázisszög különbség továbbra is 90 fok lesz, de most a b^* kifejezés fázishelyzete lesz nagyobb.

Ennek megfelelően a (68) hullámgörvény azon változata, amelynek megoldása a hullámfüggvény komplex konjugáltját szolgáltatja, a következő:

$$b^* = j \cdot a^* \quad (64)$$

ahol:

$$a^* = \frac{-\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^2} + u \cdot \psi^* \quad (65)$$

és:

$$b^* = \hbar \cdot \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \quad (66)$$

Az (5) egyenlet így is kifejezhető:

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^2} + u \cdot \psi^* = -j \cdot \hbar \cdot \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \quad (67)$$

Ez utóbbi pedig ilyen formában is felírható:

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^2} + u \cdot \psi^* = j \cdot \hbar \cdot \frac{\partial \psi^*}{\partial (-t)} \quad (68)$$

Ez most már formailag azonos a (60) szerinti eredeti hullámgörvénnyel, azzal az egyetlen eltéréssel, hogy az idő előjele negatív lett.

Más szóval: az eredeti hullámgörvényben az idő szabályos irányban, a múltból a jövő felé folyik, a konjugált megoldást szolgáltató egyenletben viszont az idő haladási iránya ezzel ellentétes, vagyis visszafelé, a jövőből a múlt felé mutat.

Ezt persze el lehetne intézni azzal, hogy ez csupán formális matematikai trükk, aminek nincs fizikai jelentése. Akad azonban olyan fizikus, aki szerint ennek mélyebb tudományfilozófiai értelme lehet, amely kapcsolatba hozható az emberi tudat működésével is.

A már említett koppenhágai modell szerint egy részecske, amíg nem kerül kapcsolatba a megfigyelővel, ún. szuperponált állapotban van, és állapotát a komplex hullámfüggvény, más szóval állapotfüggvény jellemzi. Ez a részecske manifeszt megnyilvánulási lehetőségeinek választékát fejezi ki. Amikor a részecske mérése, megfigyelése megtörténik, a hullámfüggvény összeomlik, és helyette megjelenik a fizikai világban egy valóságosan tapasztalható reális részecske.

Roger Penrose ezzel kapcsolatban felteszi a kérdést, hogy hol a határ nagy és kicsi között, vagyis egyfelől a kvantumfizika, másfelől a klasszikus és relativisztikus fizika között. Makro méretekben ugyanis nem tapasztaljuk a hullámfüggvény jelenségét, a mikrorészecskék világában azonban igen.

Penrose szerint az emberi agysejtek kapcsolódási pontjai éppen abba a mérettartományba esnek, ahol a hullámfüggvény még éppen létrejöhet. Ezért előfordulhat, hogy elmélyült tudatállapotban az agysejtek egymással összehangolt koherens szuperponált állapotba kerülnek, hullámfüggvényeik szinkronozódnak, és ennek eredményeként kreatív ötletek merülhetnek fel a tudatban.

Amit Goswami ennél is tovább megy és feltételezi, hogy koherens szuperponált állapot nemcsak az agyban jöhet létre, hanem bárhol és bármikor, és hogy a koherens szuperponált állapot mindig valamilyen tudatos megfigyelés hatására omlik össze és ezzel hozza létre a manifeszt valóságot. Ha pedig a megfigyelés szünetel, a magára hagyott hullámfüggvény szétterül és egyre több potenciális lehetőségre terjed ki. A kreatív alkotó gondolkodás lényege ezért az, hogy jó ideig nem avatkozunk bele a valóságba és hagyjuk a hullámfüggvényt szétterülni, miáltal a meg nem nyilvánult lehetőségek kiszélesednek.

Más véleményen van Fred Alan Wolf amerikai fizikus. Szerinte a hullámfüggvény, és ezzel a koherens szuperponált állapot nem omlik össze. Valamennyi állapot párhuzamosan létezik, és mi a legvalószínűbb állapotok szuperpozícióját tapasztaljuk valóságként. Ez azt is jelenti, hogy végtelen sok párhuzamos valóság létezik egyszerre, és a tudatunk választja ki ezekből a legvalószínűbb lehetőségek szuperpozícióját, vagyis azt, amelyet önmagunk számára valóságként elfogadunk.

Példaként Wolf olyan pszichológiai jelenségeket hoz fel, amelyekben egy rajz vagy kép több értelmezést tesz lehetővé, és a tudat dönti el, hogy ezek közül melyiket „akarja” látni.

Wolf szerint mindig jelen van mindegyik hullámfüggvény és ezek konjugáltja, és a megfigyelés során a megfigyelő tudata végzi el – öntudatlanul – ezek összeszorozását. Felveti azt a lehetőséget is, hogy ha a tudat képes a hullámfüggvényt és konjugáltját összeszorozni, akkor képes lehet ennek ellentétére is, vagyis képes lehet a szorzatot az eredetitől esetleg eltérő fázishelyzetű komplex tényezőkre szétbontani, és ezáltal

beleavatkozni a fizikai valóságba. Ez magyarázatot adhatna egyes parapszichológiai jelenségekre.

Wolf azonban ennél is tovább megy. Arra a következtetésre jut, hogy a konjugált eredményt szolgáltató hullámegyenletben az idő irányának megfordulása nem egyszerű matematikai trükk, hanem azt jelenti, hogy mikrofizikai szinten – rendkívül rövid időtartományokon belül – állandó kommunikáció zajlik múlt és jövő között.

Ezt a véleményt támogatja, hogy az energia és az idő komplementer jellege miatt a határozatlansági reláció szerint az igen gyors lezajlású részecske kölcsönhatásokban az idő-bizonytalanság olyan mértékű lehet, hogy az „előbb” és a „később” fogalmakat sem lehet egyértelműen megkülönböztetni. Így az is előfordulhat, hogy egy több lépéses kölcsönhatási sorozat eredménye csak úgy magyarázható, ha feltesszük, hogy egyes részecskék korábban lépnek kölcsönhatásba, mint amikor keletkeztek.

Ha pedig ez lehetséges, akkor az sem zárható ki, hogy az időbeli kommunikáció makrofizikai szinten is működhet, vagyis mi magunk is tudattalan szinten állandóan üzeneteket kapunk a múltból és jövőből és mi is küldünk ezek felé öntudatlan üzeneteket. Wolf ezzel hozza kapcsolatba azt a tapasztalatot is, hogy egyes élőlény populációk sokkal gyorsabban alkalmazkodnak a környezet megváltozásához, mint ahogyan az a természetes kiválasztódás alapján várható lenne.

Goswami szerint a változó környezethez való gyors alkalmazkodásban a véletlen mutációk és a természetes kiválasztódási mechanizmus mellett szerepet játszik az élőlényfaj – bár tudattalan, de azért mégis céltudatos – törekvése is. Ez magyarázhat számos olyan ugrásszerű változást, amelyek eredményeként a törzsfejlődés folyamán meglepően rövid idő alatt jöttek létre új élőlény fajok.

További lehetőséget vet fel Robert Anton Wilson. Szerinte mikrofizikai szinten a határozatlansági elv következtében ún. kvantumkáosz uralkodik, amelyből minden egyes másodpercben sok millió „pillangó effektus” indul el és gyűrűzik felfelé a makrovilág felé. Bár ezek hatása általában statisztikusan kiegyenlítődik, azonban az egyensúly időnként felborulhat és ez megjósolhatatlan makrofizikai jelenségeket – esetenként katasztrófákat – idézhet elő.

Wilson elmélete nem lokális kapcsolatot tételez fel a kvantumkáosz, valamint a személyes és kollektív emberi tudattalan között. Ezzel magyarázható szerinte az anyag és tudat közötti számos kölcsönhatás, egyes parapszichológiai jelenségek, a placebo hatás és a hitre épülő váratlan, csoda-jellegű gyógyulások is.

Összefoglalás – egyenletek nélkül

A kvantummechanika a XX. század fizikája. Modern ipari technológiánk jelentős részben a kvantummechanikára épül. Ilyen elven működnek pl. az elektronikus készülékek, a lézerek, a számítógépek, valamint a korszerű automatizálási, híradástechnikai és telekommunikációs eszközök.

A kvantum fogalmát Max Planck használta először 1900-ban, bár maga a „kvantum” megjelölés csak évekkel később kezdett elterjedni.

A kvantum fogalma azt jelenti, hogy a fizikai mennyiségek nem tudnak folyamatosan változni, vagyis minden változás apró lépésekben, kvantum ugrásokban zajlik.

E fogalom bevezetését az tette szükségessé, hogy a klasszikus fizika összefüggései alapján nem lehetett megmagyarázni a meleg testek hősugárzásának spektrális teljesítmény-eloszlását. Erre csak a kvantum fogalmának bevezetésével nyílt lehetőség. Ez azt jelentette, hogy a fény diszkrét hullámcsomagok formájában terjed és e piciny hullámcsomagok képesek önálló részecskéként viselkedni.

A fény kvantum (foton) energiája és frekvenciája között az ún. Planck féle állandó teremt kapcsolatot. Ez egy nagyon fontos természeti állandó, amely a kvantumfizika számos területén bír jelentőséggel.

A következő probléma az volt, hogy bár a hősugárzás teljesítmény eloszlását most már meg lehetett magyarázni, de megmaradt a kérdés, hogy pl. a Nap sugárzásának színképében miért láthatunk jól kivehető vonalakat.

A spektrum vonalak durva szerkezetére a Bohr féle atommodell volt a magyarázat. Eszerint az atommagot körülvevő elektronok csak olyan pályákon tudnak keringeni, amelyeken az impulzusmomentumuk egy alapérték egész számú többszöröse. Ha egy elektron átugrik egy másik pályára, akkor a két pálya közötti energia különbségnek megfelelő energiát egy foton formájában kisugározza, vagy elnyeli.

Fontos megjegyezni, hogy a fentebb említett alap-impulzusmomentum úgy számítható ki, hogy a Planck állandót elosztjuk 2π -vel.

Ezt követően Louis de Broglie érdekes gondolatot vetett fel. Úgy vélte, hogy ha a hullámtermészetű fény viselkedhet részecskéként, akkor az elektron-részecske is viselkedhet hullámként. Meg is adta a részecskéhez tartozó hullámcsomag paramétereit, és az ezeket leíró egyenletekben – nem meglepő módon – ismét csak felbukkan az a bizonyos nevezetes Planck féle állandó.

A de Broglie féle anyaghullám azt is megmagyarázta, hogy Niels Bohr atommodelljében miért csak a kijelölt pályákon keringhetnek az elektronok. Ezeken a pályákon ugyanis a pálya kerülete éppen a de Broglie hullámhossz egész számú többszöröse. Az ettől eltérő pályák pedig azért tiltottak, mert ezeken az elektron anyaghulláma önmagával negatív interferenciába kerülne és kioltaná önmagát.

A részecskék kettős természetéhez kapcsolódik a kvantummechanika Bohr által javasolt ún. Koppenhágai Értelmezése. Eszerint részecske és hullám ún. komplementer fogalmak. Ezek nem kizárják, hanem kiegészítik egymást és a valóság értelmezéséhez mind a két megközelítést alkalmazni kell. E modell szerint a de Broglie féle

anyag hullám abszolút értékének négyzete valószínűség-sűrűség függvényként értelmezendő, amely megadja, hogy a tér meghatározott helyének differenciálisan kicsiny környezetében a részecske milyen valószínűséggel hajlamos kölcsönhatásba lépni.

Amíg a részecske mérése, észlelése a mérőműszerrel való kölcsönhatásban meg nem történik, addig a részecske helyzete bizonytalan és állapotát a hullámfüggvény jellemzi. Az észleléskor viszont a hullámfüggvény összeomlik és helyette észlelhető a konkrét helyhez lokalizált részecske.

Ez egyúttal azt is jelenti, hogy a mérési eredmény a megfigyelt objektum és a megfigyelő műszer és/vagy személy kölcsönhatása eredményeként jön létre. A mérés tehát beavatkozás a megfigyelt jelenségbe, miáltal tökéletesen „objektív” mérés nem lehetséges.

Ezt az értelmezést több fizikus támogatta, mások ellenezték.

Időközben az egyre pontosabb színeképelemzésekből kiderült, hogy a spektrumok durva vonalai több kisebb vonalból tevődnek össze, és ezért szükségesnek látszott tisztázni, hogy mi okozza a színeképek ezen ún. finomszerkezetét.

A megoldást Erwin Schrödinger hullámegyenlete szolgáltatta, amelynek megoldásai megmagyarázták a fő elektronhéjakon belüli különféle alhéjak szerkezetét, és ezek energia szintjeit.

Időközben felmerült egy igen kellemetlen probléma, amelyet a mai napig sem sikerült megnyugtató módon tisztázni.

Ez pedig abban áll, hogy logikai ellentmondás van a kvantummechanika és a relativitáselmélet között. Az ellentmondás főleg az általános relativitáselméletet érinti. Ami a speciális relativitáselméletet illeti, ez elvileg összeegyeztethető lenne a kvantummechanikával, de csak jelentős matematikai nehézségek árán.

Ennek megfelelő relativisztikus hullámegyenletet dolgozott ki Paul Dirac a szabad elektronra. Az egyenletből az következett, hogy létezhetnek negatív energiaszintű elektronok is, sőt ezekkel van tele az egész vákuum. Ezek észlelése azonban nem lehetséges, mert nem lehet velük közvetlenül kölcsönhatásba lépni. Lehetséges azonban egy-egy ilyen elektron kilökődése a pozitív energia szintű világba. Ez a jelenség elektron-pozitron párképződés formájában észlelhető.

A kvantummechanika további fontos lépése a Werner Heisenberg által kidolgozott operátoros és mátrixos leírás, amelyből logikusan következett a határozatlansági elv. Eszerint ún. komplementer paraméterek (pl. hely és impulzus) egyidejű mérése esetén a mérési bizonytalanságok szorzata állandó. És az ezt leíró összefüggésben megint csak találkozhatunk a nevezetes Planck állandóval.

Itt érdemes megemlíteni az ún. alagút effektust is, amely voltaképpen a határozatlansági reláció egyik következménye. Az alagút effektus azt jelenti, hogy egy részecske, pl. elektron, bizonyos valószínűséggel képes lehet áthatolni egy olyan ún. potenciálfalon, amelyhez pedig a klasszikus mechanika szabályai szerint nem rendelkezik elegendő kinetikus energiával.

Ez a jelenség az ipari gyakorlatban is nagyon fontos, hiszen erre épül többek között a tranzisztorok működési elve.

A kvantummechanika következő fejezete az ún. kvantummező elmélet. Eszerint a különféle erőterek úgy működnek, hogy a kölcsönhatásban lévő részecskék ún. virtuális erőközvetítő részecskéket bocsátanak ki és ezek hozzák létre a kölcsönhatást. Eszerint pl. az atommag és az elektron azáltal vonzzák egymást, hogy kölcsönösen virtuális elektronokat lövöldöznek egymásra.

Fontos jelenség még az ún. vákuumfluktuáció, amely abból áll, hogy a légtüres térben virtuális részecske-antirészecske párok keletkeznek, majd rövid időn belül rekombinálódva eltűnnek.

Az utóbbi időben egyre nagyobb érdeklődés mutatkozik az ún. nem lokális kölcsönhatások iránt. Ennek alapja az ún. EPR paradoxon, amely szerint az egyszer kölcsönhatásba került részecskék között továbbra is fennmarad egyfajta kapcsolat, aminek következtében, bármilyen távol is kerülnek egymástól a részecskék, a viselkedésük összehangolt marad.

E jelenség elméleti lehetőségét Einstein vetette fel, de mivel úgy gondolta, hogy ilyen jelenség a gyakorlatban nem létezhet, ezt úgy értelmezte, hogy a kvantummechanika elmélete további tökéletesítésre szorul.

Azóta a jelenség létezésére több fontos kísérleti bizonyíték született, amelynek alapján ma már alkalmazott kutatások folynak ilyen elven működő szupergyors ún. kvantumszámítógépek kifejlesztése érdekében.

Fontos azt is megemlíteni, hogy egyrészt az EPR jelenség, másrészt a hullámfüggvény összeomlási jelenség alapján több kutató feltételezi, hogy nem lokális kölcsönhatások működnek az emberi tudat és az anyagi világ között is.

Ilyen kutatásokkal foglalkozik pl. többek között az Egyesült Államokban a fizikai Nobel díjas Brian David Josephson professzor is.

IRODALOM

- BENCZE Gyula: Neumann János és a kvantummechanika megalapozása
Természet Világa, 2003/III. különszám
- BÍRÓ Gábor – TÓTH András: Fizika II.
BME jegyzet, 1992.
- Niels BOHR: Atomic Physics and Human Knowledge
John Wiley, New York, 1958.
- Niels BOHR: On the Constitution of Atoms and Molecules
Philosophical Magazine, 1913/26
- Max BORN: Válogatott tanulmányok
Gondolat, Budapest, 1973.
- BÓDY Zoltán: Túl a valón
Természet Világa, 1998. december
- P. W. BRIDGMAN: Reflections of a Physicist
Philosophical Library, New York, 1950.
- Fritjof CAPRA: The Tao of Physics
Fontana-Collins, 1976
- Marcus CHOWN: Quantum rebel,
New Scientist, 24 July 2004
- DEMJÉN József: Műszaki elektrodinamika
A Miskolci Nehézipari Műszaki Egyetem jegyzete, 1958
- Paul DIRAC: Az elektron relativisztikus hullámegyenlete
Fizikai Szemle, 1977. évfolyam 443. oldal
- P.A.M. DIRAC: The Principles of Quantum Mechanics
Oxford, 1930.
- A. EINSTEIN, B. PODOLSKY, N. ROSEN:
Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?
Physical Revue, May 15, 1935
- Richard P. FEYNMANN: Mai fizika
Műszaki Könyvkiadó, 1978
- Amit GOSWAMI: The visionary Window
Quest Books, Wheaton, Illinois, USA, 2000
- J. GRINBERG-ZYLBERBAUM, M. DELAFLOR, L. ATTIE, A. GOSWAMI:
Einstein-Podolsky-Rosen paradox in the Human Brain: The Transferred Potential
Physics Essays, 1994/7, pp. 422-428.
- Werner HEISENBERG: Physics and Philosophy
Allen and Unwin, London, 1963
- Werner HEISENBERG: Physics and beyond
Allen and Unwin, London, 1971
- HÉJJAS István: Buddha és a részecskegyorsító
Édesvíz, Budapest, 2004
- HÉJJAS István: Az elektron és az elektronika
Informatika, 2001. május
- HÉJJAS István: A természettudományos elméletek korlátai
eVilág, 2002. szeptember
- HÉJJAS István: Az emberi tudat és a kvantumfizika
Informatika, 2005. szeptember
- Carl Gustav JUNG, Wolfgang PAULI: Naturerklärung und Psyche
Wien, 1952.

- KVANTUMMECHANIKA, cikkgyűjtemény, szerkesztette: Jánossy Lajos
Akadémiai Kiadó, 1971
- MARX György: Kvantummechanika
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1957 és 1964
- J. von NEUMANN: The mathematical foundations of quantum mechanics
Princeton University Press, 1955
- Joseph NORWOOD: Twentieth Century Physics
Prentice Hall, 1972
- Roger PENROSE, Stephen HAWKING: A nagy, a kicsi és az emberi elme
Akkord Kiadó, 2003
- SIMONYI Károly: Elméleti villamosságtan
Tankönyvkiadó, 1967
- SIMONYI Károly: A fizika kultúrtörténete
Gondolat Kiadó, 1978
- Robert Anton WILSON: Kvantumpszichológia
Mandala-Véda, Budakeszi, 2002.
- Fred Alan WOLF: The yoga of time travel, how the mind can defeat time
Quest Books, Wheaton, Illinois, USA, 2004